

事例3 事象を論理的に考察する力を伸ばす指導事例

○学年 第3学年

○主な領域 B 図形

○事例のポイント

- ①折り紙を折り、折る位置を少しずつ変えながら、相似になりそうな三角形を見つけることができるようにする。【数学的推論（帰納）】
- ②折り方を変えた図を使い、似たような条件のもとでは、似たような結果が成り立つであろうと考え、新たに相似な三角形を見つけることができるようにする。【数学的推論（類推）】
- ③相似な三角形について根拠を明らかにしながら論理的に証明することができるようにする。【数学的推論（演繹）】
- ④ICT端末を用いて、生徒が折った折り紙を比較する過程、証明を検討する過程において、論理的に考察するための視点をもつことができるようにする。

1 単元名 相似な図形

2 単元について

小学校算数科では、第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して縮図や拡大図について学習し、二つの図形の形が同じであることを、縮図や拡大図を通して理解してきている。

第2学年では、数学的な推論の過程に着目して、平行線の性質や三角形の合同条件などを基にして、三角形や平行四辺形の基本的な性質を見だし、論理的に確かめ説明することを学習している。

第3学年では、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する力を養う。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにする。

3 単元の目標

- (1) 図形の相似についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。〈知識及び技能〉
- (2) 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現することができる。〈思考力、判断力、表現力等〉
- (3) 図形の相似について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。〈学びに向かう力、人間性等〉

4 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめようとしている。	①図形の相似の意味や、相似な図形の相似比と面積比や体積比の関係を考えようとしている。
②相似な平面図形の相似比と面積比の関係について理解している。	②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめようとしている。	②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
③基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係について理解している。	③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	③相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

5 指導と評価の計画

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法）		
		・指導に生かす評価 ○記録に残す評価		
		知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
1 ・ 2	<ul style="list-style-type: none"> 平面図形の相似の意味と表し方を知る。 相似な図形の性質を確認する。 相似比の意味を知る。 ある図形と相似の位置にある図形をかく。 	<ul style="list-style-type: none"> 知① (行動観察) 		<ul style="list-style-type: none"> 態① (行動観察)
3	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の辺の長さを、対応する辺の比が等しいことを使って求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 知① (行動観察) 		
4	<ul style="list-style-type: none"> 2つの三角形が相似かどうかを、三角形の相似条件を使って判断する。 	<ul style="list-style-type: none"> ○知① (小テスト) (ノート) 		
5	<ul style="list-style-type: none"> 2つの三角形が相似かどうかを、三角形の相似条件を使って証明する。 		<ul style="list-style-type: none"> 思① (行動観察) 	<ul style="list-style-type: none"> 態③ (行動観察)
本時 ⑥	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明する。 		<ul style="list-style-type: none"> ○思① (行動観察) (ノート) 	<ul style="list-style-type: none"> ○態③ (行動観察) (自己評価)
7	<ul style="list-style-type: none"> 直接には測定できない距離や高さを、縮図を利用して求める。 		<ul style="list-style-type: none"> 思③ (ノート) 	<ul style="list-style-type: none"> 態② (行動観察)
8	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の定理を確認する。 三角形と比の定理を利用して、線分の長さを求める。 		<ul style="list-style-type: none"> 思① (行動観察) 	
9	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の定理の逆が成り立つことを証明する。 		<ul style="list-style-type: none"> 思① (ノート) 	
10	<ul style="list-style-type: none"> 中点連結定理を確認する。 中点連結定理を利用して、線分の長さを求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 知① (行動観察) 		
11	<ul style="list-style-type: none"> 四角形の各辺の中点を結ぶと、どんな図形になるかを調べる。 四角形の各辺の中点を結んでできる四角形は、平行四辺形であることを証明する。 		<ul style="list-style-type: none"> 思③ (行動観察) 	<ul style="list-style-type: none"> ○態② (自己評価)
12	<ul style="list-style-type: none"> 平行線と比の定理を確認する。 平行線と比の定理を利用して、線分の長さを求める。 		<ul style="list-style-type: none"> 思② (行動観察) 	

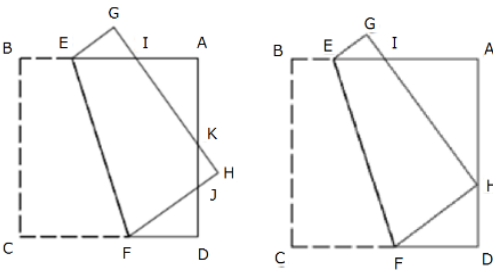
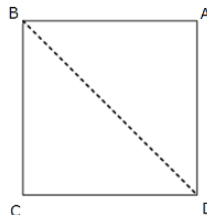
13	・平行線と比の定理を利用して、図形の性質を証明する。		○思② (小テスト)	
14	・相似な三角形について相似比と面積比の関係を調べる。	・知② (行動観察)		
15	・相似な平面図形の相似比と面積比の関係を確認する。	○知② (小テスト)		
16	・相似な平面図形の相似比と面積比の関係をj利用して、具体的な問題を解決する。		・思③ (ノート)	・態① (行動観察)
17	・相似な立体で、相似比と表面積の比や体積比のj関係について調べる。	・知③ (行動観察)		
18	・相似な立体の相似比と表面積の比や体積比のj関係を確認する。	○知③ (小テスト)		
19	・相似な立体の相似比と表面積の比や体積比のj関係を利用して、具体的な問題を解決する。		○思③ (小テスト)	○態① (自己評価)
20	・学習内容の定着を図る。	○知①②③ (単元テスト)	○思① (単元テスト)	

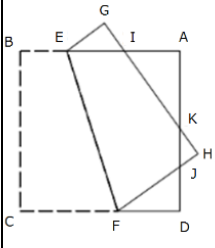
6 本時について (本時 6 / 20 時)

(1) 本時の目標

- ・相似な三角形を見つけ、根拠を明らかにしながら説明することができる。
〈思考力、判断力、表現力等〉
- ・問題解決過程を振り返りながら、粘り強く考え、問題解決しようとしている。
〈学びに向かう力、人間性等〉

(2) 展開

学習活動	教師の発問 (◎) 予想される生徒の反応 (・)	評価規準 (◇) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○)	時間
1 問題を把握する。	<p>問題 折り紙を1回折り、複数の三角形をつくりましょう。</p> 	<p>○生徒に折り紙を配布する。</p> <p>○合同は相似比1:1の相似な図形だが、ここでは扱わないことを確認する。</p> 	5

	<p style="text-align: center;">編 P64 指導計画 作成の留意事項(1)</p>	<p>⇒折る前後で三角形を見つけにくい生徒には、「①点A B C Dを決めて、向きを固定する」「②折り紙と同じ大きさのセロファン紙を重ねる」などで、相似な三角形を見つけやすくする。</p>	
<p>2 課題に対して見通しをもつ。</p>	<p>課題 つくった2つの三角形が相似であることを証明しましょう。</p> <p>◎証明するにはどうすればよいでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形ができるように折る。 ・頂点に名前をつける。 ・相似条件を考える。 ・角に注目する。 ・いろいろな折り方で試してみる。 	<p>○重なって見えなくなる線分は折り紙に書かせる。</p>	<p>5</p>
<p>3 自力解決をする。</p> 	<p>◎見通しがもてたら、実際に証明してみましょう。</p> <p>【証明】 $\triangle G E I$ と $\triangle A K I$ において $\angle G I E = \angle A I K$ (対頂角) …① $\angle E G I = \angle K A I$ (仮定) …② ①②より、 2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle G E I \sim \triangle A K I$</p>	<p>○角に印等をつけ、証明の準備をさせる。 ◇相似な三角形を見つけ、相似条件を根拠として相似であることを説明することができる。 【思・判・表①】 (行動観察) (ノート) ⇒角に注目させる。 ⇒条件をみたま相似条件を考えさせる。 ⇒穴埋めのヒントカード等を配布する。</p>	<p>10</p>
<p>4 他者の考えに触れて、自分の考えを深める。</p>	<p>◎仲間と意見を共有して、自分の考えを深めましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・できる三角形はすべて相似な図形だ。 	<p>○ICT端末等を活用して比較検討させる。</p> <p>○できる三角形がすべて相似になることに触れる。</p>	<p>10</p>

事例のポイント①
折り目の位置を少しずつ変えながら、相似になりそうな三角形を見つける。

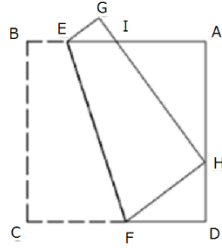
事例のポイント③
根拠となることがらを明らかにしながら論理的に証明する。

事例のポイント④
ICT端末を活用し、折り紙の折り方や他者の解き方を見ることができるようになる。

編 P64 指導計画
作成の留意事項(2)

5 発展課題
を解決す
る。

◎折り紙の∠Cが辺ADに重なるように
折ったとき、相似な三角形はあります
か。

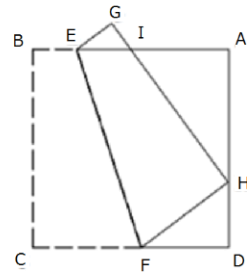


・△GEIと△AHIと△DFHは、
すべて相似である。

事例のポイント②
似たような条件のも
とでは、似たような
結果が成り立つであ
ろうと考える。

発展課題

右の図のように折り紙を1回折ったとき、
△AHI ∽ △DFHを証明しなさい。



【証明】

△AHIと△DFHにおいて
 $\angle IAH = \angle HDF$ (仮定) …①
 三角形の内角の和は 180° なので
 $\angle AIH + 90^\circ + \angle AHI = 180^\circ$ …②
 点HはAD上にあるので、
 $\angle DHF + 90^\circ + \angle AHI = 180^\circ$ …③
 ②③より、 $\angle AIH = \angle DHF$ …④
 ①④より、
 2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle AHI \sim \triangle DFH$

◇相似な三角形を見つけ、相
似条件を根拠として相似で
あることを説明することが
できる。

【思・判・表①】

(行動観察)

(ノート)

⇒等しい角に印をつける。
 ⇒内角の和、平角に注目させ
る。
 ⇒条件をみたま相似条件を考
えさえる。

⇒穴埋めのヒントカード等を
配布する。

◇粘り強く考え、問題解決し
ようとしている。

【態③】

(行動観察)

(ノート)

事例のポイント③

(他者に分かりやすく説明するつもりで) 情報を整
理しながら、手順を分解し、順序だてて証明する。

6 本時のま
とめをす
る。

まとめ

折ることで、角の大きさが等しいところがたくさんでき
たから、相似な三角形ができた。

◎「角の大きさ」の他に、折り返して
も、変わらないものはあるかな。

- ・線分の長さ
- ・面積
- ・折り目に着目すると合同な図形ができ
る。

<p>7 本時の学習の振り返りをする。</p>	<p>◎今日の学習の振り返りを入力し、提出しましょう。</p>	<p>○ICT端末に自己評価シートを記入する。</p> <p>◇問題解決過程を振り返りながら、まとめている。</p> <p>【態③】 (自己評価)</p>	
-------------------------	---------------------------------	---	--

事例のポイント④
授業で「分かったこと」や「できるようになったこと」、自分の変化や成長、新たな疑問などを記入する。

7 考察

本実践では、折り紙を折る活動を通して、授業者が相似な図形を提示するのではなく、生徒自らが三角形を発見し、発見した三角形が相似であることを説明する活動を設定した。

「2 課題に対して見直しをもつ」の場面では、折る前後で折り紙の形が変わってしまうので、セロファン紙を上から重ねて、セロファン紙（折る前）、折り紙（折った後）を見せることで、三角形を見つけやすくした。（8 その他(1)を参照）また、三角形は見つけられるが、それらが相似な三角形であるか判断できない生徒が、折る位置を少し変えて「やはり相似になりそうだ」と納得しながら進めていく姿を見ることができた。【数学的推論（帰納）】【事例のポイント①】

「3 自力解決をする」の場面では、3種類のヒントカードを用意して、しっかりと時間を取ることで、「4 他者の考えに触れて、自分の考えを深める」の比較・検討にうまくつなげることができた。【事例のポイント③】

また、ICT端末を使うことで生徒は自分以外の証明を見ることができ、「自分と似ている証明」「自分とは違う証明」に触れることで、自分の書いた証明を振り返るよい視点とすることができた。【事例のポイント④】

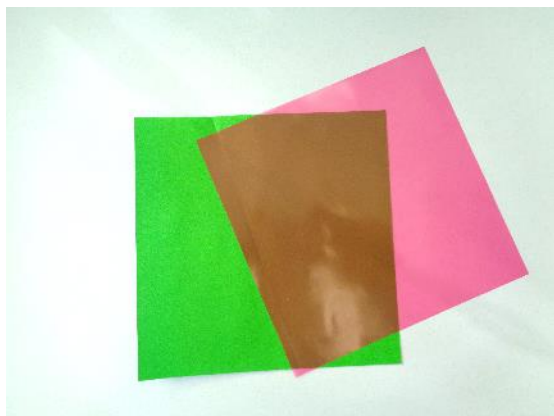
「5 発展課題を解決する」の場面では、「4 他者の考えに触れて、自分の考えを深める」までの学習から、「似たような条件のもとでは、似たような結果が成り立つ」という考え【数学的推論（類推）】が比較的容易にできた。【事例のポイント②】

発展課題の証明では、証明内の「条件②③から条件④の書き方」でつまづく生徒が数名いた。前時（5/20時）で、三角形の証明（8 その他(3)を参照）を行い、本時ではヒントカードの準備はしていたが、それでも課題が見られた。「すでに授業で学習したから」ではなく、日頃から生徒の学習状況に応じて、繰り返し似た問題を示したり、達成状況を把握するための小テスト等を行ったりすることで、生徒自らが自分の課題に気付くきっかけを作る必要がある。一方で、「 $\triangle AHI \sim \triangle GEI$ 、 $\triangle GEI \sim \triangle DFH$ なので $\triangle AHI \sim \triangle DFH$ 」という流れで証明する生徒もいた。授業の流れを大切にしている貴重な生徒の姿である。

8 その他

(1) 折り紙について

折り紙とセロファン紙



両面折り紙の方が、裏表がはっきりする。



セロファンが、折る前の折り紙をイメージさせる。
折り紙とセロファンが重なることで、色に広がりができる。

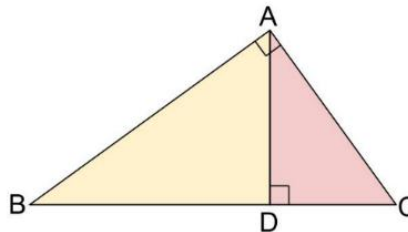


(2) 活用のアレンジ

形を変える（正方形を正三角形や正五角形など）ことや折る回数を変える（1回折るではなく、2回折る3回折るなど）が考えられる。

(3) 前時（5/20）で行った授業

三角形の証明（ $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ ）



(4) ヒントカード

【証明】 _____ と _____ について

ので

_____ の _____ **【完】**

「証明したい三角形」はどれかな？
相似になりそうな三角形の向きをそろえて書き出してごろう。

「根拠となることから」をかこう
【仮定】 【共通】
【等しい角】 【等しい辺】 はないかな？

相似条件を書こう。

カードの左側が証明を書く場所、右側に意識する事柄を記してある。右上の大小の円（破線で書かれた円）の中には、証明したい相似な三角形の向きをそろえて書くことで、対応順などを視覚的に分かりやすいように指導する。PowerPoint のデータを添付しているのので、必要に応じて、生徒の実態に合わせて加工して使用していただきたい。

アレンジ例


【証明】

_____と_____について

ので

_____の_____ 【完】

「証明したい三角形」はどれかな？
相似になりそうな三角形を向きをそろえて書き出しておこう。



「根拠となることがら」をかこう
【仮定】 【共通】
【対頂角】 【平行線の同位角】 【平行線の錯角】
【等しい辺】 はないかな？

相似条件を書こう。 どれかな？
① 3組の辺の比がすべて等しい。
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 2組の角がそれぞれ等しい。